

Влияние срока годности на наценку и маржу в условиях случайного спроса

Предположим редко продающийся товар со сроком годности t дней и средним количеством дней между продажами τ . Себестоимость товара C , стоимость утилизации D , стоимость хранения в единицу времени C_s . Стратегию продажи рассмотрим следующую: закупаем одну штуку, при продаже или исходе срока годности закупаем ещё одну. Таким образом, всегда будет доступна одна единица товара. Временем на доставку пренебрегаем. Разобьем все время продаж на периоды срока годности и запишем вероятностное уравнение ожидаемой прибыли за этот период

$$M = \sum_n n \cdot Q \cdot p_n - (C + D + C_s \cdot t) \cdot p_0 \quad (1)$$

где p_i - вероятность i продаж в период t , Q - прибыль от одной продажи.

Учитывая пуассоновский характер редких продаж, вероятность i продаж в период t запишется так:

$$p_i = \frac{(t/\tau)^i}{i!} \exp(-t/\tau) \quad (2)$$

Полагая, что прибыль за любой период должна быть, по крайней мере, положительной и проведя несложные операции по суммированию ряда в уравнении (1) получим:

$$Q > \left(\frac{C + D}{t/\tau} + C_s \tau \right) \cdot \exp(-t/\tau) \quad (3)$$

Часто бывает, что стоимость утилизации D и стоимость хранения C_s много меньше стоимости самого товара. В этом случае мы можем получить ещё более грубую оценку:

$$\frac{Q}{C} > \frac{\tau}{t} \cdot \exp(-t/\tau) \quad (4)$$

Или, учитывая, что маржа может быть записана как $m = Q/(Q + C)$, получим:

$$m > \frac{\exp(-t/\tau)}{t/\tau + \exp(-t/\tau)} \quad (5)$$

Отметим, что неравенства 4 и 5 умноженные на 100% дадут минимальную наценку и маржу необходимую для покрытия возможных рисков связанных с окончанием срока годности товара. Более того, необходимо обратить внимание на параметр t/τ - отношение срока годности к среднему времени между продажами (часто определяется как количество продаж за время годности товара). Если величина параметра $t/\tau > 3,5$, то наценкой связанной с ограничением по времени хранения можно пренебречь т.к. она не превысит 1%. В иных случаях эта величина может быть весьма значительной, например: Товар продается раз в 4 дня, его срок годности 7 дней, минимальная (только чтобы покрыть риск порчи) маржа 9%, наценка 9,9%.

Рассмотрим следующую модель, учитывающую закупку нескольких единиц товара K для продажи на время срока годности t . В данной модели запас не пополняется.

Одновременно продается не более одной штуки. Остальные параметры остаются те же. Ожидаемая прибыль запишется следующим образом:

$$M = \sum_{n=0}^K \{n \cdot Q - (K - n) \cdot (C + D) - (K - n/2) \cdot t \cdot C_s\} p_n \quad (6)$$

В уравнении 6 учли тот факт, что реализованные товары в среднем хранятся половину времени реализации и то, что новых партий товара не появляется до конца срока годности. Как и в предыдущей модели предположим пуассоновский (абсолютно случайный) характер спроса. В случае малых значений $K < 6$ для оценки минимальной наценки можно использовать уравнение 6 как есть. Для больших закупаемых партий и $K > t/\tau + 10$ возможно сделать оценку суммам уравнения 6. Производя суммирование получим:

$$\frac{M}{\sum_{n=0}^K p_n} \approx (t/\tau) \cdot Q - (K - t/\tau) \cdot (C + D) - (K - t/2\tau) \cdot t \cdot C_s \quad (7)$$

Принимая во внимание неотрицательность M и обозначая $t/\tau = \bar{N}$ запишем:

$$Q > \left(\frac{K}{\bar{N}} - 1\right) \cdot (C + D) + \left(\frac{K}{\bar{N}} - 1/2\right) \cdot t \cdot C_s \quad (8)$$

Снова воспользовавшись предположением малости стоимости утилизации D и стоимости хранения C_s , получим минимально необходимую наценку:

$$\frac{Q}{C} > \frac{K - \bar{N}}{\bar{N}} \quad (9)$$

И маржу:

$$m > \frac{K - \bar{N}}{K} \quad (10)$$

Для того чтобы понять суть неравенств 9 и 10 ещё раз обратим внимание на $t/\tau = \bar{N}$. По существу этот параметр означает среднее количество товара проданного за время срока годности товара (время реализации, в нашем случае). Напомним, что неравенства 9 и 10 справедливы для $K > \bar{N} + 10$. В случае, когда размер закупаемой партии равен среднему числу продаж в период срока годности товара необходимо более детально исследовать ситуацию. Для описания этой ситуации введем функцию $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$ которая является результатом отношения

$$\alpha(\bar{N}, K - \bar{N}) = \frac{\sum_{n=0}^{K - \bar{N} + \bar{N}} n \cdot p_n}{\bar{N} \cdot \sum_{n=0}^{K - \bar{N} + \bar{N}} p_n} \quad (11)$$

Несложно показать, что при любых фиксированных $\bar{N}$ и $K \rightarrow \infty$ функция 11 будет стремиться к единице. Поведение этой функции в области нуля второго аргумента будет полностью определяться величиной $\bar{N}$. Численные расчеты показывают, что величина $\alpha(\bar{N}, 0)$ в диапазоне $\bar{N} \in [6; 100]$ изменяется от 0,735 до 0,924 соответственно. Характерный

вид этой функции для $\bar{N} = 50$ изображен на рисунке 1.

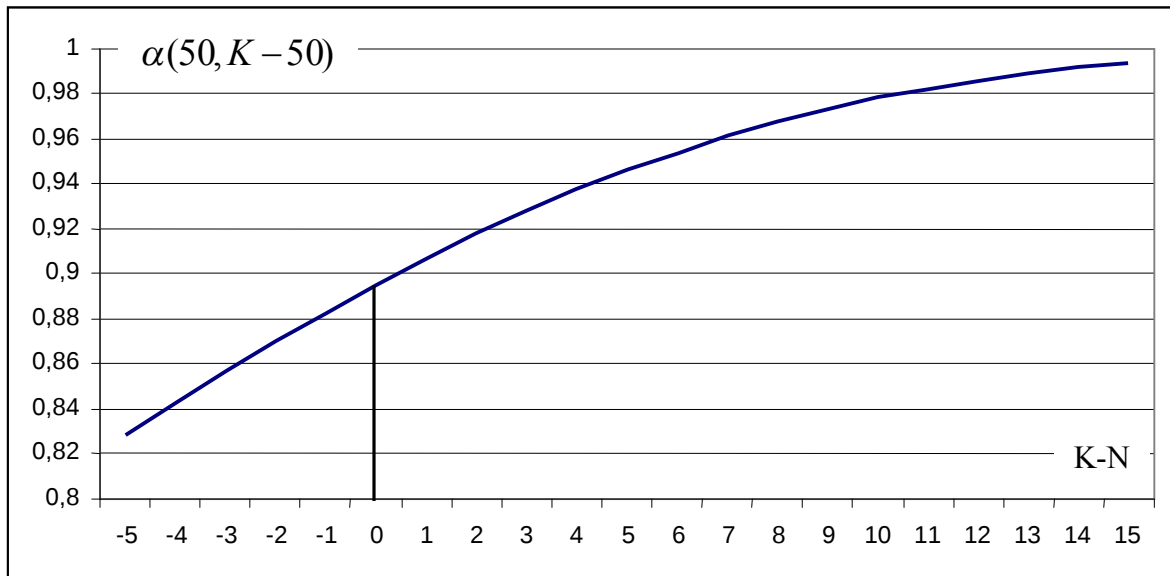


Рисунок 1

Для корректного описания поведения наценки и маржи в неравенствах 8, 9 и 10 величину $\bar{N}$ следует заменить на $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N}) \cdot \bar{N}$, в которой функцию $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$ следует искать численными методами. Это не составит труда для большинства реально встречающихся параметров этой функции. Как видно из поведения функции $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$ вблизи нуля второго аргумента, мы всегда имеем значение $\alpha(\bar{N}, 0)$ меньше единицы медленно асимптотически приближающееся к единице с ростом первого аргумента. Это говорит о том, что даже при равенстве среднего количества проданного товара за период срока годности общей величине заказанного товара $\bar{N} = K$ необходимо учитывать возможность того, что часть товара окажется непроданной. Соответственно минимальная наценка будет выражена:

$$\frac{Q}{C} > \frac{K / \alpha - \bar{N}}{\bar{N}} \quad (12)$$

И маржа:

$$m > \frac{K - \alpha \cdot \bar{N}}{K} \quad (13)$$

Следовательно, дополнительной наценкой можно пренебречь только когда функции $K - \alpha \cdot \bar{N}$ будет близка к нулю. В противном случае необходимо её учитывать. Например, товар имеет срок годности 3 дня, в день продается (в среднем) 6,3 единиц товара. Среднее количество продаж за 3 дня составляет $3 \cdot 6,3 = 18,9$ единиц. При закупке 24 единиц товара ($\alpha(18,9, 5.1) \approx 0,936$) наценка, покрывающая расходы связанные с рисками порчи товара составит 27% и маржа, соответственно 21% (с учетом α по неравенствам 12 и 13 получим 37% и 26% соответственно!). При закупке 20 единиц наценка и маржа, с учетом $\alpha(18,9, 1.1) \approx 0,840$ порядка 26% и 21% соответственно. На рисунке 2 показаны величины минимально необходимой маржи в процентах с учетом и без учета α в условиях предыдущего примера при $\bar{N} = 18,9$. На оси абсцисс отложены величины $K - \bar{N}$.

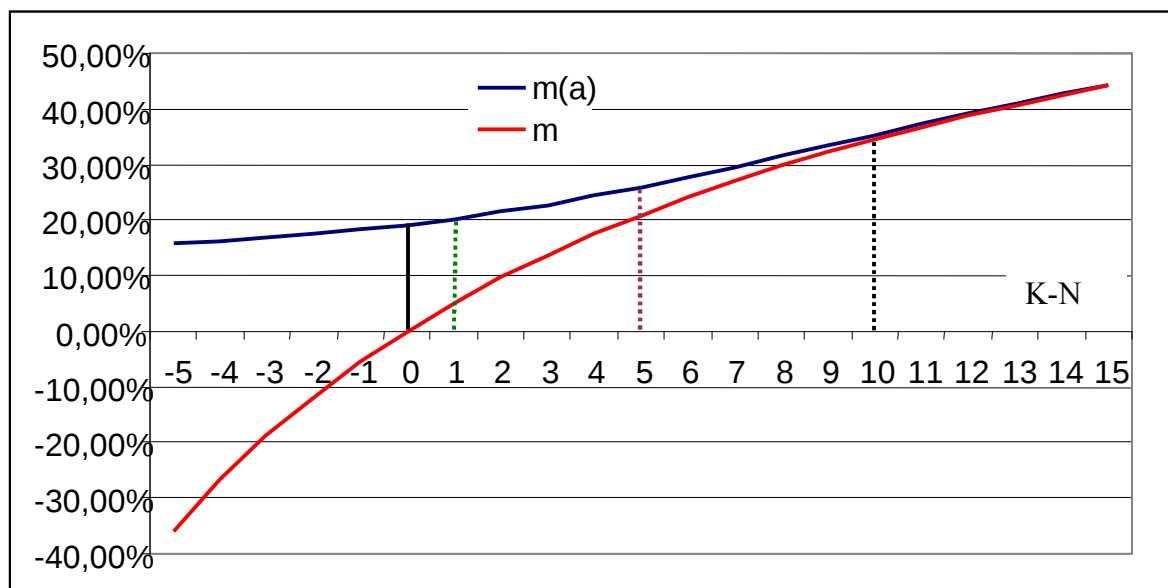


Рисунок 2

Особо выделены точки $K = \bar{N}$, $K = 20$ - зеленым пунктиром, $K = 24$ - фиолетовым пунктиром, $K = 29$ - черным пунктиром. В последней точке $K = 29$ отличие между значениями маржи вычисленными с учетом и без учета функции α отличаются на величину менее одного процента. Из рисунка видно, что влияние функции $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$ существенно в области малых значений $K - \bar{N}$. С ростом K при фиксированном $\bar{N}$ приходим к асимптотическому решению неравенства 8, 9 и 10. Расчеты показывают, что особенно сильно влияние функции $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$ в области малых значений $\bar{N}$. Это имеет довольно простое объяснение: при небольших величинах средних продаж за период срока годности $\bar{N}$ высок риск того, что часть товара останется непроданной. С другой стороны при росте $\bar{N}$ функция $\alpha(\bar{N}, 0)$ будет медленно стремиться к единице, даже при $\bar{N} = 500$ необходимая минимальная маржа в точке равенства $K = \bar{N}$ будет иметь величину порядка 3,5%. При столь больших величинах $\bar{N}$ всё ещё сказывается наличие асимметрии в распределении Пуассона. При дальнейшем увеличении числа продаж в период срока годности возможно использовать нормальное распределение для асимптотической аппроксимации функции $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$. Использовать предложенную аппроксимацию следует при таких значениях $\bar{N}$, когда мы можем пренебречь отличием $\alpha(\bar{N}, 0)$ от единицы. Например, при $\bar{N} = 500$ функция $\alpha(\bar{N}, 0)$ приблизительно равна 0,965. Если нас устраивает точность порядка 3,5% то далее возможно использовать нормальное распределение для аппроксимации $\alpha(\bar{N}, K - \bar{N})$.